

Кодификатор
проверяемых элементов содержания и требований к уровню подготовки для
проведения оценки предметных и методических компетенций учителей
по предмету «Математика»

Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки учителей математики является документом, определяющим структуру и содержание КИМ для проведения оценки предметных и методических компетенций учителей.

Кодификатор составлен на основе следующих документов:

- Приказ Министерства образования и науки РФ от 5 марта 2004 г. N 1089 "Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования";
- Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. N 413 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования";
- Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. N 1897 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования";
- Примерная основная образовательная программа основного общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 08.04.2015 №1/15), в действующей редакции; <https://fgosreestr.ru>;
- Примерная основная образовательная программа среднего общего образования, (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 28.06.2016 г. № 2/16-з), в действующей редакции; <https://fgosreestr.ru>;
- Приказ Министерства образования и науки РФ от 22.02.2018 г. N 121 (ред. от 08.02.2021) "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование";
- Приказ Министерства образования и науки РФ от 22.02.2018 г. N 125 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)";

– Приказ Минтруда России от 18.10.2013 г. N 544н "Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)".

Раздел 1. Оценка предметных компетенций

Оценка готовности учителя к выполнению обобщенной трудовой функции А «Профессиональная деятельность по обучению и воспитанию обучающихся по образовательным программам начального общего образования, основного общего образования, среднего общего образования», трудовой функции «Профессиональная деятельность по обучению», трудового действия «Планирование и проведение учебных занятий» в части владения предметными компетенциями осуществляется посредством оценки владения педагогом предметными знаниями и умениями в соответствии с требованиями федерального государственного стандарта основного и среднего общего образования и примерных образовательных программ (таблицы 1, 2).

Таблица 1. Перечень элементов содержания, проверяемых при проведении оценки предметных компетенций учителей по предмету «Математика»

Код раздела	Код элемента	Элементы содержания, проверяемые при выполнении диагностической работы
1	Числа и выражения	
	1.1	Развитие представлений о числе и числовых системах. Причины и основные идеи расширения числовых множеств
	1.2	Натуральное число и множество натуральных чисел. Целое число и множество целых чисел. Обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число. Рациональное число и множество рациональных чисел. Иррациональное число, корень степени n , Действительное число и множество действительных чисел. Комплексное число и множество комплексных чисел.
2	Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика	
	2.1	Дискретная и непрерывная случайная величина и ее распределение. Независимые случайные величины. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин. Коэффициент корреляции и линейной регрессии. Статистическая гипотеза и проверка статистической гипотезы
	2.2	Нормальное распределение случайной величины. Связь между эмпирическим и теоретическим распределением. Закон больших чисел и

		выборочный метод измерения вероятностей. Условная вероятность и полная вероятность;
	2.3	Комбинаторика (факториал числа, размещения, перестановки, сочетания, бином Ньютона);
	2.4	Теория графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе)
3	Функции	
	3.1	Зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции. График зависимости и график функции. Нули функции и промежутки знакопостоянства. Возрастание (убывание) на числовом промежутке. Наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке. Периодическая функция, период. Четная и нечетная функции. Обратная функция. Выпуклость вверх и вниз, асимптоты графика функции.
	3.2	Прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции и их свойства.
	3.3	Числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия
4	Элементы теории множеств и математической логики»;	
	4.1	Конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств. Числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости.
	4.2	Утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример.
	4.3	Определение и теорема, виды определений и теорем
5	Геометрия. Векторы и координаты на плоскости и в пространстве	
	5.1	Аксиоматический метод.
	5.2	Геометрическая фигура (треугольник, четырехугольник, многоугольник, окружность). Равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники. Движения и преобразования подобия.
	5.3	Точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и

		перпендикулярность прямых и плоскостей. Формула расстояния от точки до плоскости.
	5.4	Длина, площадь, объем. Теоремы об отношениях площадей и объемов.
	5.5	Вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора.
	5.6	Геометрические места точек в пространстве. Многогранник (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб). Тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера). Конические сечения. Теорема Эйлера, правильный многогранник.
	5.7	Движения в пространстве (параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой, винтовая симметрия). Преобразования подобия и гомотетии.
	5.8	Трехгранный и многогранный угол
6	Текстовые задачи	
	6.1	Модель текста и модель решения задачи. Способы поиска решения задач от требования к условию и от условия к требованию.
	6.2	Методы решения задач на движение двух объектов (в одном и в противоположных направлениях), на движение по реке, «на части», на смеси, сплавы, концентрации.
	6.3	Методы решения задач на сложный процент и экономического содержания.
7	Элементы математического анализа	
	7.1	Предел и непрерывность функции. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных на отрезке функциях
	7.2	Производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции, производные высших порядков, дифференциал функции. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.
	7.3	Применение производной к исследованию и построению графика функции.
	7.4	Первообразная, неопределенный и определенный интеграл.
8	Уравнения и неравенства	
	8.1	Понятия уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

8.2	Методы решения уравнений (приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных).
8.3.	Метод интервалов для решения неравенств.
8.4.	Многочлен, корень многочлена, теорема Безу, теорема Виета для уравнений степени выше второй.
8.5.	Неравенства между средними степенными. Доказательство неравенств

Таблица 2. Перечень умений, проверяемых при проведении оценки предметных компетенций учителей по предмету «Математика»

Код требования	Проверяемые элементы
1	Знать и понимать:
1.1	Натуральное число и множество натуральных чисел. Целое число и множество целых чисел. Обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число. Рациональное число и множество рациональных чисел. Иррациональное число, корень степени n . Действительное число и множество действительных чисел. Комплексное число и множество комплексных чисел.
1.2	Дискретная и непрерывная случайная величина и ее распределение. Независимость случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин. Коэффициент корреляции и линейной регрессии. Статистическая гипотеза и проверка статистической гипотезы. Нормальное распределение случайной величины. Связь между эмпирическим и теоретическим распределением. Закон больших чисел и выборочный метод измерения вероятностей. Условная вероятность и полная вероятность. Комбинаторика (факториал числа, размещения, перестановки, сочетания, бином Ньютона). Теория графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе).
1.3	Зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции. График зависимости и график функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства. Возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке. Наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке. Периодическая функция, период. Четная и нечетная функции. Прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции. Обратная функция. Числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия. Выпуклость вверх и вниз, асимптоты графика функции.
1.4	Конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и

	<p>разность множеств. Числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости. Утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример. Определение и теорема, виды определений и теорем.</p>
1.5	<p>Аксиоматический метод. Точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. Геометрическая фигура (треугольник, четырехугольник, многоугольник, окружность). Равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых, углы между прямыми, перпендикуляр, наклонная, проекция, подобие фигур, подобные фигуры, подобные треугольники. Длина, площадь, объем. Движения и преобразования подобия. Вектор, сумма, разность векторов, произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение векторов, координаты на плоскости, координаты вектора. Многогранник (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб). Тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), конические сечения. Движения в пространстве (параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой, винтовая симметрия). Площадь ортогональной проекции. Трехгранный и многогранный угол. Преобразования подобия и гомотетии. Теорема Эйлера, правильный многогранник. Формула расстояния от точки до плоскости. Теоремы об отношениях объемов.</p>
1.6	<p>Модель текста и модель решения задачи. Способы поиска решения задач от требования к условию и от условия к требованию. Методы решения задач на движение двух объектов (в одном и в противоположных направлениях), на движение по реке, «на части», на смеси, сплавы, концентрации. Методы решения задач на сложный процент и экономического содержания.</p>
1.7	<p>Предел и непрерывность функции. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных на отрезке функциях. Производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции, производные высших порядков, дифференциал функции. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Первообразная, неопределенный и определенный интеграл</p>
1.8.	<p>Понятия уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.</p> <p>Методы решения уравнений (приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных).</p> <p>Метод интервалов для решения неравенств.</p> <p>Многочлен, корень многочлена, теорема Безу, теорема Виета для уравнений степени выше второй. Неравенства между средними степенными.</p>

2	Уметь
2.1	<p>Оперировать числовыми множествами при решении задач. Использовать основные понятия теории делимости при решении задач. Применять геометрическую интерпретацию натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью. Сравнивать действительные числа разными способами. Упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2. Выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней. Выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</p>
2.2	<p>Применять условную вероятность и полную вероятность в решении задач. Применять понятия комбинаторики при решении задач. Применять понятия теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) при решении задач. Осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа. Применять метод математической индукции. Применять принцип Дирихле при решении задач.</p>
2.3	<p>Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции. Находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения. Строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.). Строить график степенной функции и применять ее свойства при решении задач. Строить график показательной функции, экспоненты и применять их свойства при решении задач. Строить график логарифмическая функция и применять ее свойства при решении задач. Строить график тригонометрических и обратных тригонометрических функций и применять их свойства при решении задач. Применять при решении задач свойства функций (четность, периодичность, ограниченность). Осуществлять преобразования графиков функций. Применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. Решать уравнения и системы уравнений, используя свойства функций и их графиков. Применять асимптоты при решении задач. Применять методы решения дифференциальных уравнений первого и второго порядков</p>
2.4	<p>Задавать множества перечислением и характеристическим свойством. Проверять принадлежность элемента множеству. Находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости. Проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. Понимать суть косвенного доказательства. Оперировать</p>

	<p>понятиями счетного и несчетного множества. Применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств.</p>
2.5	<p>Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах. Применять теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках при решении задач. Характеризовать взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей;. Применять теорему Пифагора, формулы площади, объема при решении задач. Вычислять характеристики комбинаций фигур (окружностей и многоугольников), вычислять расстояния между фигурами, применять тригонометрические формулы для вычислений. Проводить вычисления на основе равенств и равносоставленности. Владеть приемами построения фигур с использованием движений и преобразований подобия. Применять геометрические места точек в пространстве для решения задач. Применять геометрические понятия при решении задач и проведении математических рассуждений. Формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур. Решать задачи на нахождение геометрических величин. Делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, строить сечения многогранников. Выполнять действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число), вычислять скалярное произведение, определять в простейших случаях угол между векторами, выполнять разложение вектора на составляющие, применять полученные знания в физике, пользоваться формулой вычисления расстояния между точками по известным координатам, использовать уравнения фигур для решения задач. Применять векторы и координаты для решения геометрических задач на вычисление длин, углов. описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Формулировать свойства и признаки фигур. Владеть разными способами задания прямой. Применять при решении задач и доказательстве теорем координатно-векторный метод. Применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя. Применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра. Решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения. Применять координатно-векторный метод при решении задач.</p>
2.6	<p>Строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения. Решать логические задачи разными способами. Применять методы (арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический). Переводить информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</p>
2.7	<p>Применять методы дифференциального и интегрального исчисления (исследовать</p>

	<p>функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики с использованием аппарата математического анализа, вычислять площади и объемы через определенный интеграл).</p> <p>Выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла).</p>
2.8	<p>Определять тип и выбирать метод решения степенных, показательных, логарифмических, иррациональных, тригонометрических уравнений и неравенств и их систем. Решать системы линейных уравнений. Решать уравнения и неравенства с параметрами. Использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств. Изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств. Выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств. Применять функционально-графические представления для решения различных математических задач. Решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами. Проводить доказательство неравенств, применять неравенства Коши–Буняковского, Бернулли.</p>
3	<p>Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни</p>
3.1	<p>Числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений. Доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов. Методы записи, сравнения и округления числовых данных реальных величин с использованием разных систем измерения.</p>
3.2	<p>Методы вычисления и оценивания вероятности событий в реальной жизни. Методы представления и обработки данных. Закон больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.</p>
3.3	<p>Определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.). Интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации. Определять по графикам характеристики периодических процессов в математике, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.).</p>
3.4	<p>Применять теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других предметных областей</p>
3.5.	<p>Составлять математические модели для решения задач практического характера</p>
3.6.	<p>Использовать математические методы при решении практико-ориентированных задач</p>
3.7.	<p>Исследовать характеристики процессов в прикладных задачах из математике, физики,</p>

		химии, экономики и других предметных областей.
	3.8.	Составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач. Выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем. Решать уравнения и неравенства с параметрами. Составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты. Символьный язык алгебры, приемы выполнения тождественных преобразований выражений, моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Раздел 2. Оценка методических компетенций

Оценка готовности учителя к выполнению обобщенной трудовой функции А «Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования» (трудовая функция «Обучение», «Развивающая деятельность») в части владения методическими компетенциями в части **методических компетенций** осуществляется с учетом требований к знаниям и умениям учителя математики, определенных в профессиональном стандарте педагога начального общего, основного общего, среднего общего образования, а также традиций методики обучения математике (таблица 3).

Таблица 3. Перечень знаний и умений, проверяемых при оценке методических компетенций учителей.

Трудовое действие	Знания	Умения
1. Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего	1.1.1 Содержание ФГОС соответствующего уровня общего образования и основной общеобразовательной программы по математике 1.1.2. Содержание примерной образовательной программы и рабочей программы по математике	1.2.1 Осуществлять постановку целей и задач учебного занятия с учетом требований ФГОС и примерной образовательной программы 1.2.2. Планировать достижение образовательных

		результатов в соответствии с требованиями ФГОС и примерной образовательной программы
2. Планирование и проведение учебных занятий	<p>2.1.1 Современные технологии, формы и методы обучения математике</p> <p>2.1.2 Педагогически обоснованные формы и методы обучения</p> <p>2.1.3 Пути достижения образовательных результатов и способы оценки результатов обучения</p> <p>2.1.4 Преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке</p>	<p>2.2.1 Осуществлять планирование учебной деятельности в соответствии с целями и задачами обучения математике</p> <p>2.2.2 Конструировать и проводить учебные занятия с использованием современных технологий, форм и методов обучения математике</p>
3. Организация, осуществление контроля и оценки учебных достижений, текущих и итоговых результатов освоения основной образовательной программы обучающимися	3.1.1 Принципы, методы и инструменты оценивания образовательных результатов обучающихся	3.2.1 Реализовывать педагогическое оценивание деятельности обучающихся и применять инструментарий объективной оценки образовательных результатов

<p>4. Формирование навыков, связанных с информационно-коммуникационными технологиями (далее - ИКТ)</p>	<p>4.1.1 Электронные образовательные ресурсы, цифровые сервисы и средства обучения математике</p> <p>4.1.2 Методику использования ИКТ в обучении математике</p>	<p>4.2.1 Выбирать и применять современные образовательные технологии (в том числе ИКТ) и методики обучения математике</p> <p>4.2.2 Использовать возможности ИКТ для повышения мотивации обучающихся и индивидуализации обучения</p>
<p>5. Освоение и применение психолого-педагогических технологий (в том числе инклюзивных), необходимых для адресной работы с различными контингентами учащихся (в том числе с детьми с ОВЗ)</p>	<p>4.1.1 Современные психолого-педагогические и инклюзивные технологии обучения</p> <p>4.1.2 Психолого-педагогические, возрастные и иные индивидуальные особенности обучающихся, в том числе обучающихся с ОВЗ</p> <p>4.1.3 Педагогические методики и технологии работы с обучающимися с ОВЗ</p>	<p>4.2.1 Адекватно применять специальные технологии и методы, позволяющие проводить коррекционно-развивающую работу</p> <p>4.2.2 Учитывать особенности взаимодействия с обучающимися с ОВЗ при организации учебного процесса</p>